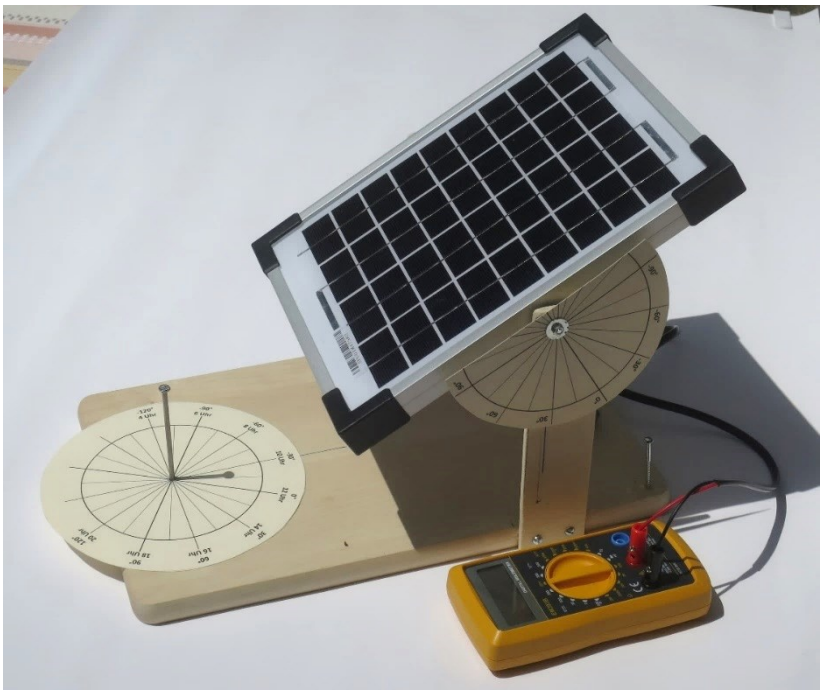
Christoph Thomann 1.9.21/CT

Ertrag einer Solarzelle in verschiedenen Positionen



Einleitung

Das Messen der Leistung einer Solarzelle ist ein einfaches Experiment, das mit wenig Hilfsmitteln ausgeführt werden kann. Das Experiment ist zudem der Ausgangspunkt für spannende Wanderungen durch wichtige Gebiete der Physik und Mathematik. Damit verfolgt man ein wichtiges didaktisches Prinzip: Vom Naheliegenden zum Grundlegenden! Man beginnt mit einer anschaulichen Situation aus der Erfahrungswelt der Jugendlichen und weckt damit ihr Interesse. Und je mehr sich die Jugendlichen mit der Situation und den Fragen auseinandersetzen, desto mehr wächst das Bedürfnis, auch Antworten auf die Fragen zu erhalten und die Zusammenhänge zu verstehen.

Die Klimaerwärmung beschäftig viele Jugendliche und auch die Frage nach klimaneutralen Energien. Und da spielt die Solarzelle eine zentrale Rolle. Der Solarstrom soll in Zukunft einen grossen Teil der Energie liefern. Mit dem Experiment erleben Jugendliche die Solarzelle nicht nur virtuell, sondern können sie mit ihren Händen anfassen, in die Sonne stellen und den Strom messen. Damit fördert man ein unmittelbares Verständnis für CO_2-freie Energien.

Spannend wir das Experiment durch den Vergleich mit berechneten Werten. Hier zeigt sich erst, ob man die Vorgänge verstanden hat. Und am meisten lernt man aus Differenzen zwischen Messung und Rechnung. Das weisst uns darauf hin, dass wir etwas übersehen haben, beim Messen ober bei der Theorie. Viel fundamentale Umwälzungen in der Physik wurden durch solche Differenzen angestossen. Aber eine Übereinstimmung ist dann doch die grösste Belohnung für die Arbeit. Da darf man auch nicht kleinlich sein, 10 % Abweichung ist bei den vielen Einflüssen hier ein gutes Resultat.

Das Experiment zeigt auch die Mathematik als ein wertvolles und mächtiges Werkzeug der Physik. Damit kann die elektrische Leistung berechnet und vorausgesagt werden. Mit solchen Experimenten erfährt man, wie gut physikalische Berechnungen das reale Geschehen beschreiben. Damit wird das Vertrauen in die Wissenschaft gestärkt und auch die Motivation, sich näher mit Physik und Mathematik zu befassen. Man kann überspitzt formulieren, mit Physik lässt sich die Zukunft voraussagen. Und die Jugend will wissen, was in Zukunft mit unserem Planeten geschieht.

Inhaltsverzeichnis

Das Experiment

1. Inhalt des Experiments
2. Aufbau der Messstation
3. Durchführung der Messung
4. Vergleich mit berechneten Werten
5. Vorgehen und Ausblicke

Anhang A: Beiträge zum Unterricht

1. Forderung nach klimaneutraler Energie
2. Nutzung der Sonnenenergie
3. Eigenschaften der Solarzelle
4. Speicherung von Solarenergie

Anhang B: Berechnung des Energieertrages

1. Trigonometrie
2. Vektorrechnung
3. Ausrichtung der Solarzelle
4. Richtung der Sonne
5. Transformation von Koordinatensystemen
6. Berechnung des Einfallswinkels
7. Dämpfung des Sonnenlichtes
8. Leistung der Solarzelle
9. Die genaue Sonnenzeit
10. Die Sonnenuhr

Anhang C: Messungen und Programme

1. Sonneneinstrahlung im Tagesverlauf
2. Vergleich mit verschiedenen Ausrichtungen
3. Excel-Programm
4. Konstruktion der Messstation
5. Formular für die Messung

Anregungen, Kritik oder Korrekturen werden gerne entgegen genommen an cthomann@bch-fps.ch
© Christoph Thomann, Haltenstrasse 142, 8706 Meilen

1. Inhalt des Experimentes

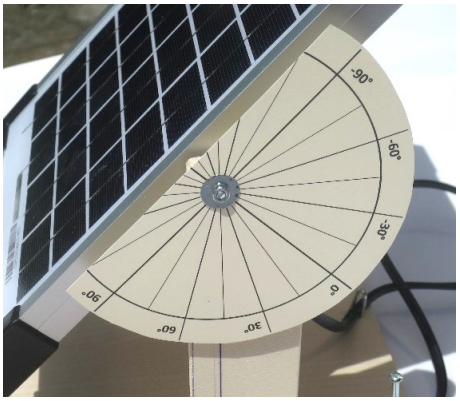
Mit dem Experiment soll praktisch erforscht werden, welche Einflüsse den Ertrag einer Solarzelle bestimmen und auf was man achten muss, um eine optimale Leistung zu erreichen. Die Solarzelle selbst wird in Anhang A näher beschrieben. Neben der Fläche sind es die folgenden Faktoren, welche den Ertrag, d.h. die gewonnene Energie bestimmen:

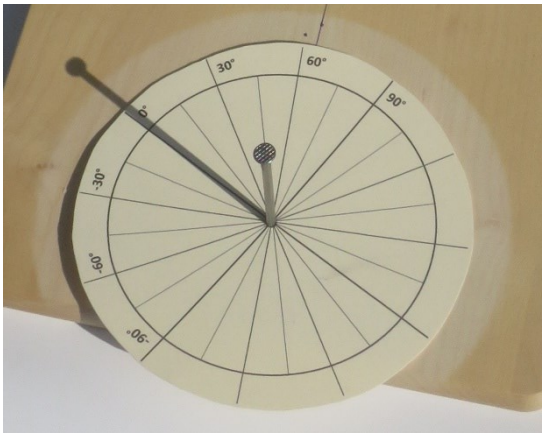
Wirkungsgrad	Der Wirkungsgrad einer Zelle gibt an, wieviel Strahlungsleistung der Sonne in elektrische Leistung umgewandelt wird. Heute sind das bei kristallinen Siliziumzellen rund 20 %, wenn man die Zelle am optimalen Arbeitspunkt betreibt.
Einfallswinkel	Wenn das Sonnenlicht nicht senkrecht auf die Solarzelle trifft, nimmt der Ertrag mit zunehmendem Winkel auf die Solarzelle ab. Dabei stellt sich auch die Frage, ob es sich lohnt, die Solarzelle dem Sonnenstand nachzuführen.
Sonnenstand	Die Atmosphäre absorbiert einen Teil des Sonnenlichts. Je tiefer die Sonne steht, umso länger ist der Weg durch die Atmosphäre und die Abschwächung nimmt zu. Das gilt besonders für die Winterzeit, wenn die Sonne tief und die Tage kurz sind.
Diffuse Strahlung	Auch das Licht der Umgebung bringt einen bescheidenen Beitrag zur Energie. Man nennt das die diffuse Strahlung, die stark vom Wetter und der Umgebung abhängt. Zudem können Reflexionen von Gewässern oder Schnee den Ertrag deutlich verstärken. Diese Effekte hangen weitgehend von der Umgebung ab.

Schon ein leichter, kaum wahrnehmbarer Dunst kann die direkte Sonneneinstrahlung merkbar reduzieren. Dafür steigt dann der Anteil der diffusen Strahlung. Das zeigt auch, wie empfindlich der Ertrag auf Wettereffekte reagiert. Eindrücklich ist auch, wie stark der Ertrag bei Bewölkung oder gar Regen zusammenbricht.

2. Aufbau der Messstation

Die Messstation auf dem Titelbild ist eine Eigenkonstruktion und wurde vom Autor mit einfachen Mitteln zusammengebastelt. Es zeigt, dass jeder und jede mit Freude am Basteln so eine Messstation selbst bauen kann, auch nach eigenen Plänen. Verwendet wurde hier ein Solarpanel für 5 W und der aktiven Fläche von 0.025 m^2. Wenn man keinen grossen Wert auf Genauigkeit legt, kann man auch auf die Messtation verzichten und die Solarzelle von Hand halten und ausrichten, was auch der Autor für die ersten Tests gemacht hatte.





Das Bild links zeigt die schwenkbare Befestigung der Solarzelle mit einer Anzeige der Neigung (hier 45°). Rechts die drehbare Winkelscheibe. Am einfachsten richtet man die Messstation zuerst nach Süden aus. Dann dreht man die Scheibe, bis der Schatten auf 0° zeigt. Nun kann man die Messtation beliebig drehen und der Schatten zeigt stets den Winkel an. Leider kann man die Winkelscheibe nicht als Sonnenuhr verwenden, der Schatten läuft nicht gleichmässig mit der Zeit (Anhang B, Kap. 10).

Im Verlaufe der Messung zeigt sich, dass das helle Holz zu viel Licht reflektiert. Besonders wenn die Solarzelle steil eingestellt ist (60° und mehr) und selbst im Schatten liegt, kann das reflektierte Licht die Messung deutlich verfälschen. Darum wurde das Holz mit schwarzem Karton abgedeckt und eine kleine dunkle Winkelscheibe verwendet. Das zeigt, bei einer genauen Messung muss man vieles beachten.

3. Durchführung der Messung

Solarzellen werden zunehmend in Grossanlagen mit optimaler Ausrichtung eingesetzt, d.h. leicht geneigt gegen Süden. Solarzellen werden aber auch für einzelne Häuser verwendet. Aber da ist das Dach nicht immer nach Süden ausgerichtet. Oder man möchte die Solarzelle an einer senkrechten Hausfassade anbringen. Und da stellt sich die Frage, wie gross ist der Ertrag bei einer ungünstigen Ausrichtung und lohnt es sich noch. Mit einfachsten Mitteln soll in diesem Experiment die optimale Ausrichtung einer Solarzelle ermittelt werden. Und umgekehrt kann auch geprüft werden, in welchen Lagen der Einsatz einer Solarzelle noch sinnvoll ist, d.h. noch einen genügenden Ertrag erbringt.

Für eine systematische Messung wurden hier folgende Einstellungen vorgeschlagen:

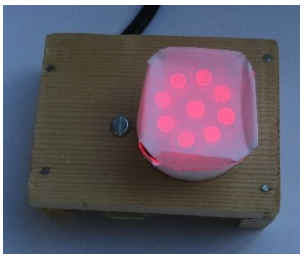
- Neigung der Solarzelle von 0°, 30°, 60°, 90°
- Ausrichtung der Solarzelle nach Ost, Südost, Süden, Südwest, Westen
- Die Messung führt man bei verschiedenen Tageszeiten durch.
- Bei schlechtem Wetter genügen wenige Messpositionen.

Natürlich kann man auch andere Messpunkte wählen. Eine zusätzliche Variante besteht darin, dass man die Solarzelle laufend auf die Sonne ausrichtet,

Die Messung erfolgt vorzugsweise auf einem Tisch mit genügend Abstand zu Hauswänden oder Wäldern. Die Bestimmung der diffusen Strahlung erfolgt am besten an einem Ort im Schatten, ist aber stark von der Umgebung abhängig. Helle Fassaden oder dunkle Waldränder können sie beeinflussen. Die diffuse Strahlung liegt grob im Bereich von 10 % der Sonnenleistung.

Den optimalen Ertrag bei einer bestimmten Einstrahlung erreicht man nur, wenn man die Solarzelle am optimalen Arbeitspunkt betreibt, was die Spannung betrifft (siehe Anhang A, Kap. 3). Das ist sehr aufwändig und würde einen elektronischen Spannungswandler erfordern. Auf solche Hilfsmittel wollen wir hier aber verzichten. Zur Vereinfachung kann man sich auf die Messung des Kurzschluss-stromes I_K beschränken, d.h. wenn das Messgerät direkt im Strommodus angeschlossen wird. Der Strom ist auch die signifikante Grösse für die Sonneneinstrahlung. Diesen Strom multipliziert man mit 75 % der Leerlaufspannung U_L, wenn kein Strom fliesst. Diese Spannung ist bei gutem Licht einigermassen konstant. Damit erhält man recht genau die maximale Leistung: $P_{max} = 0.75 \cdot U_L \cdot I_K$

Es ist sinnvoll, sich zuerst nur auf das Messen zu beschränken. Damit können die Jugendlichen Erfahrungen über die Erträge bei verschiedenen Positionen und Tageszeit machen. Wenn man keine Lust auf Zahlen hat, kann man Geräte mit der Solarzelle betreiben, um die Leistung sichtbar zu machen. Ideal sind z.B. LED-Leuchtdioden, weil sie auch bei geringem Licht noch sichtbar leuchten.



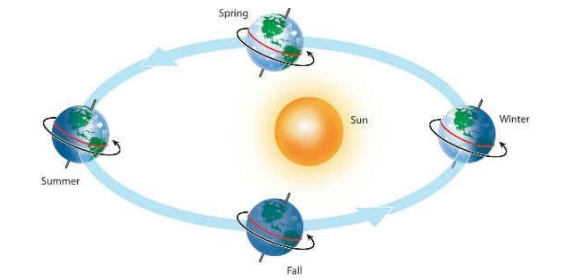
Natürlich ist es nicht verboten, die Messungen über einen Computer oder Datenlogger vorzunehmen, um zeitlich kontinuierlich Werte zu erfassen. Damit lassen sich auch die Leistungsschwankungen von Solarenergie zeigen.

Ein weiterer wichtiger Aspekt ist die Wetterbeobachtung. An wie vielen Tagen hat man klaren Sonnenschein und erzielt die volle Leistung? Wie stark reduziert sich die Leistung bei Bewölkung oder gar Regen? Wie gross sind die Unterschiede zwischen Sommer und Winter?

4. Vergleich mit berechneten Werten

Spannend wird ein Experiment, wenn man die gemessenen Werte mit theoretisch berechneten Werten verglichen kann. Gerade bei der Solarzelle spielen viele Einflüsse eine Rolle und Abweichungen weisen erbarmungslos darauf hin, dass man etwas übersehen hat. Das ermuntert aber auch, sich immer wieder mit neuen Aspekten zu befassen. Jedenfalls ist eine vernünftige Übereinstimmung eine echte Belohnung für die geleistete Arbeit. Hier muss man aber gleich warnen vor zu grossen Erwartungen an die Übereinstimmung von Messwert und Berechnung. Da sind 10 % Abweichung schon ein recht gutes Resultat. Für genauere Messungen steigt der Aufwand massiv an, weil dann immer mehr Nebeneffekte berücksichtigt werden müssen.

Entscheidend für den Ertrag der Zelle ist die genaue Position der Sonne. Und dazu muss man sich etwas mit Astronomie befassen. Massgebend für den theoretischen Wert ist die Neigung der Erdachse zur Sonne, der Breitengrad des Messortes und dann vor allem die genaue Sonnenzeit, die vom Längengrad des Messortes abhängt und deutlich von der Uhrzeit abweichen kann. Die Berechnungen dazu sind im Anhang B zu finden.



Die theoretische Sonnenleistung P_T auf der Solarzelle wird in Watt pro m^2 angegeben. Für die theoretischen elektrischen Leistung P_{eT} braucht man noch die Fläche A der Zelle in m^2 sowie den Wirkungsgrad w, also: $P_{eT} = P_T \cdot A \cdot w$. Die gemessen elektrische Leistung erhält man mit $P_e = 0.75 \cdot U_L \cdot I_K$, wie weiter vorn erwähnt wurde. P_{eT} und P_e sind nun die beiden Grössen, die zu vergleichen sind. Man kann sich im Übrigen die Arbeit erleichtern, wenn man nicht die Leistungen vergleicht, sondern direkt den gemessenen Strom I_K mit dem berechneten Strom $I_{KT} = P_{eT}/(0.75 \cdot U_L)$.

Beim Vergleich mit der Rechnung zeigt sich deutlich, wie der Aufwand massiv ansteigt, wenn man die Genauigkeit erhöhen will. Dazu gehört auch die diffuse Strahlung. Auch die Theorie für die Berechnung wird schnell anspruchsvoll. Darum werden hier drei Varianten für den Vergleich vorgeschlagen, von einfach bis schwierig.

a) Einfache Variante

Manche möchten sich auf das praktische Messen beschränken ohne viel Mathematik. Dazu verwendet man z.B. eine Einstellung der Solarzelle mit 30° und 60° Neigung gegen Süden. Zu dieser Einstellung befindet sich in Anhang C ein Diagramm mit der theoretischen Sonneneinstrahlung auf die Solarzelle in W/m^2 (ohne diffuse Strahlung). Daraus kann für jede Tageszeit die Leistung der Sonne herausgelesen werden. Das Diagramm enthält drei Kurven, je eine für den Sommer, für den Winter und für Frühling/Herbst. Die gestrichelten Kurven geben die Werte für eine 60°-Neigung an. Der Tagesertrag in Wh/m^2 entspricht der Fläche unter der Kurve. Diese Variante verlangt wenig Vorkenntnisse und kann schon mit Kindern der Volksschulstufe durchgeführt werden. Die Differenz zwischen Messwert und Theorie wird durch die diffuse Strahlung verursacht (Messung im Schatten).

b) Mittlere Variante

Wenn man auch für weitere Positionen der Solarzelle den theoretischen Wert berechnen möchte, kann man die Formeln in Anhang B oder direkt das Excel-Programm in Anhang C verwenden. Dazu muss die genaue Situation von Sonne und Zelle durch zahlreiche Winkel festgelegt werden:

- α Breitengrad des Ortes (Zürich 47.4°)
- β Neigung der Erdachse zur Sonne ($\beta o = 23.5° \cdot \cos t$, t = Tage vor/nach 21. Juni)
- γ Neigung der Solarzelle
- δ Ausrichtung der Solarzelle gegen Osten
- ε Position der Sonne nach Osten: Stunden ab wahrem Mittag, 1 h entspricht 15°.

Für eine besseres Verständnis dieser Winkel dienen die grafischen Darstellungen in Anhang B, auch wenn man sich nicht mit den Formeln befassen will. Man soll sich auch nicht durch die Länge der Formeln abschrecken lassen.

Weiter braucht es noch folgende Angaben:

Ps	Solarkonstante mit Ps = 1367 W/m^2
h	Höhe des Messortes über Meer in km
η	Längengrad des Ortes (Zürich 8.5° Ost)
A	Fläche der Solarzelle in m^2
w	Wirkungsgrad der Solarzelle
U_L	Lehrlaufspannung der Zelle

Damit kann nun für jede mögliche Situation die theoretische elektrische Leistung P_{eT} bestimmt werden. Dazu muss man die diffuse Strahlung addieren, die man im Schatten misst. Diese Variante eignet sich für technisch interessierte Lernende der Berufsbildung.

c) Anspruchsvolle Variante

Die Krönung des Experiments ist es, wenn man auch die Herleitung der Formeln versteht, wie sie in Anhang B dargelegt ist. Das richtet sich vor allem an Jugendliche, die ein gewisses Interesse an Mathematik haben. Dazu muss man in die Vektorrechnung eintauchen. Das ist eines der mächtigsten Werkzeuge der Mathematik und unentbehrlich für die Physik, weil es erlaubt, Vorgänge im Raum einfach zu beschreiben und zu berechnen. Vektoren zeigen dabei, wie räumlich komplexe Zusammenhänge einfach und anschaulich gelöst werden können. Auch die Computertechnik kann nicht auf die Vektorrechnung verzichten, wenn es um grafische Darstellungen geht. Insbesondere Bewegungen und Drehungen von 3D-Objekten sind nur mit Vektoren möglich. Diese Variante eignet sich vorzugsweise für Gymnasiasten.

5. Vorgehen und Ausblicke

Dieses Experiment bietet Jugendlichen die Möglichkeit, sich über längere Zeit mit Naturbeobachtungen zu beschäftigen. Sie lernen dabei, das Wetter zu beobachten sowie die Abhängigkeit der Energie-Erträge vom Wetter. Das geht vom klaren Sonnenschein über leichten Dunst, Bewölkung bis zu Regenwetter. Das Dokument hier ist recht umfangreich. Darum empfiehlt es sich, dass man sich vorerst nur mit dem ersten Teil, mit dem Experiment befasst und die Anhänge noch zurückstellen.

Wie in der Einleitung erwähnt, ist die Messung auch der Ausgangspunkt für neue spannende Entdeckungen und der Anlass, sich mit weiteren Themen zu beschäftigen. Im Vordergrund steht da sicher die Klimaerwärmung, die durch den Verbrauch fossiler Brennstoffe verursacht wird. Und da braucht es dringend klimaneutrale Energiequellen, so wie diese Solarzelle. Unser Wohlstand beruht weitgehend auf der Energie, die uns alle körperliche Arbeit abnimmt (und zunehmen auch die geistige Arbeit: Computer). Auch in der Physik bildet Energie die zentrale Grösse. Es lohnt sich darum, ins Thema Klima und Energie einzusteigen. Dazu hat es im Anhang A ein paar Hinweise.

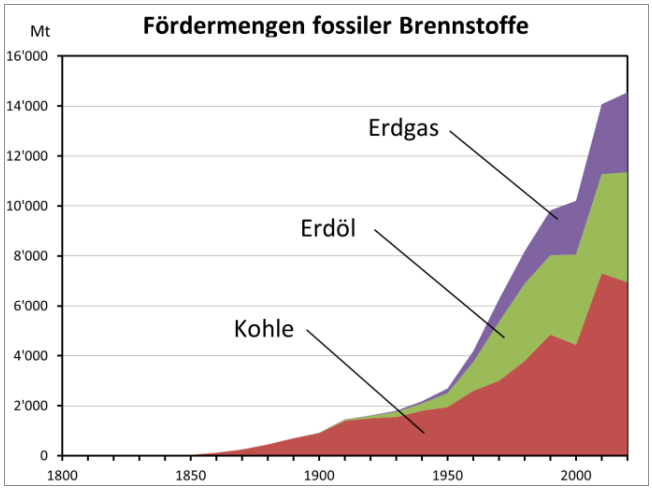
Auch ökonomische Fragen können in diesem Zusammenhang angegangen werden. Eine wichtige Grösse ist dabei der ROI (Return of Invest), d.h. nach welcher Zeit deckt der Ertrag die Investition in eine Solarzelle. Ein weiteres Kennzeichen einer Energiequelle bildet der Erntefaktor: Das ist der gesamte Ertrag über die Lebensdauer eine Energiequelle im Verhältnis zur Energie, die für die Herstellung aufgewendet wurde, d.h. zur grauen Energie. (Bei der Solarzelle kursieren da leider ziemlich falsche Zahlen.) Zu beiden Fragen lohnt sich der Vergleich zu anderen Energiequellen.

Dieses Experiment streift praxisnah viele unterschiedliche Bereiche von Physik und Mathematik, die durch die Lehrperson vertieft werden können. So hofft der Autor, dass bei den Jugendlichen das Interesse geweckt wird, die Natur zu beobachten und dass sie erfahren, wie hilfreich Berechnungen sind, um die Zusammenhänge besser zu verstehen und Möglichkeiten optimal auszuschöpfen. Wir wünschen den Jugendlichen viel Erfolg, viele neue Erfahrungen und auch Freude mit diesem Experiment.

Dr. Christoph Thomann, Physiker

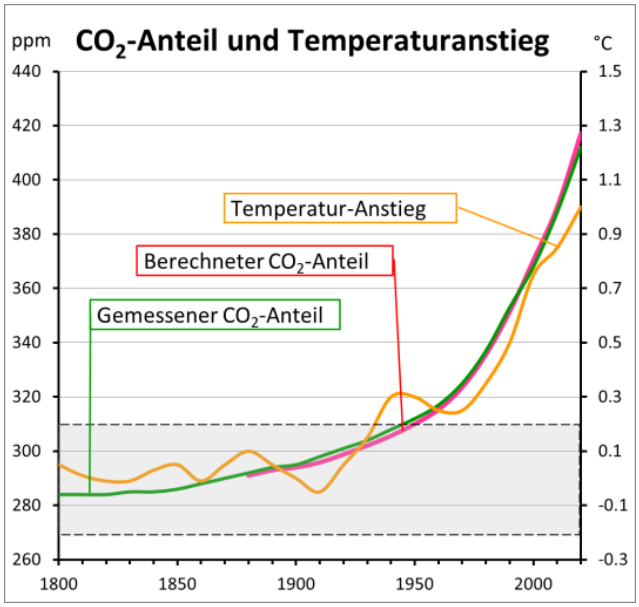
Anhang A: **Beiträge zum Unterricht**

1. Forderung nach klimaneutraler Energie



Die fossilen Energieträger sind derart reichlich und günstig vorhanden, dass man immer noch zu wenig an die Folgen für die Zukunft denkt. Der steigende Wohlstand und Luxus auch in vielen einst armen Ländern verlangte immer mehr von dieser billigen Energie. Weltweit stammen 85 % der Energie für die Stromerzeugung, für Verkehr, Industrie und Haushalt aus den fossilen Brennstoffen. Dass das Ende des fossilen Zeitalters noch nicht so schnell zu Ende geht, zeigt die nebenstehende Grafik des Verbrauchs. Eine merkliche Abnahme ist noch nicht zu erkennen.

Der Hauptanteil aller fossilen Brennstoffe ist der Kohlenstoff C. Der Anteil reicht von 75% (Methan) bis über 90% (Steinkohle). Erdöl besteht aus langen Ketten von Kohlenstoff und Wasserstoff (C_nH_{2n+2}), den Kohlenstoffwasserstoffen. Erdgas besteht weitgehend aus Methan (CH_4). Beim Verbrennen wird die Energie durch die Bildung von Kohlendioxid (CO_2) freigesetzt, wenn sich der Kohlenstoff mit dem Luftsauerstoff verbindet. Der Wasserstoff verbindet sich dabei mit dem Luftsauerstoff zu Wasser (H_2O) und trägt ebenfalls zur Energie bei.

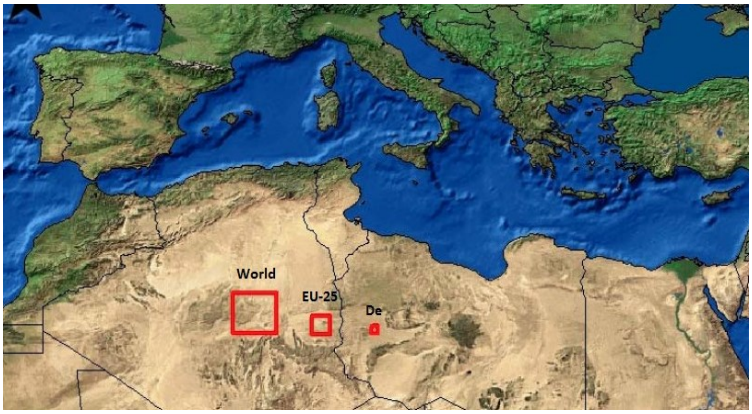


Für das Verbrennen von 1 kg fossilen Brennstoff werden grob 2 kg Luftsauerstoff benötigt und daraus ergeben sich rund 3 kg CO_2, also die dreifache Menge. Das sind weltweit gegen 40 Milliarden Tonnen CO_2, die jährlich in die Atmosphäre abgegeben werden. Und knapp die Hälfte des CO_2 verbleibt in der Luft und lässt den CO_2-Gehalt ansteigen. Wenn man aus dem Verbrauch gemäss dem oberen Diagramm den CO_2-Anteil berechnet, stimmt der Anstieg (rot) erstaunlich genau mit den effektiv gemessenen Werten (grün) überein, wie das rechte Diagramm zeigt. Über Jahrtausende verharrte der CO_2-Gehalt bei 280 ppm Volumenanteile, nun ist er in wenigen Jahrzehnten auf über 400 ppm angestiegen und wird weiter ansteigen. Auch die Welttemperatur blieb über Jahrtausende stabil, abgesehen von den üblichen jährlichen Schwankungen von ± 0.2°C (grauer Bereich im Diagramm). Nun steigt die Temperatur aber deutlich an. Die Korrelation von Klimaerwärmung (gelb, geglättet) und CO_2-Gehalt ist nicht zu übersehen. Will man den Anstieg von CO_2 und die Klimaerwärmung stoppen, dann müssen sehr dringend die fossilen Brennstoffe durch klimaneutrale Energien ersetzt werden.

2. Nutzung der Sonnenenergie

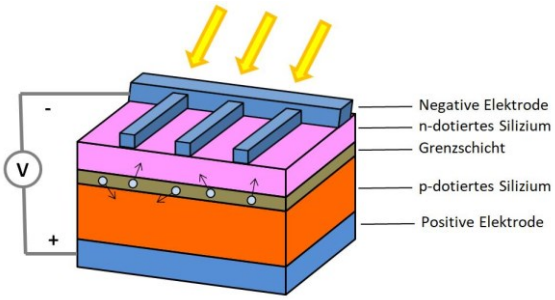
Eigentlich liefert die Sonne mehr als genug Energie, um die ganze Welt zu versorgen. Die Umwandlung in Wärme könnte zwar fast ohne Verlust erfolgen. Leider kann man aber Wärme ausschliesslich zum Heizen und für Warmwasser verwenden, was auch in südlichen Ländern gerne genutzt wird. Die Energieversorgung wird aber in Zukunft weitgehend über elektrischen Strom erfolgen (E-Mobilität, Wärmepumpen, Industrie, Haushalt, etc.).

Die wichtigsten CO_2-freien Energiequellen für elektrischen Strom sind Wasserkraft, Windenergie, Sonnenkraftwerke und Solarzellen. Dabei ist die Solarzelle eindeutig der Favorit für die Zukunft. Auch wenn der Wirkungsgrad von Solarzellen heute bei lediglich 20 % liegt, gibt es gerade in Wüstengegenden genügend Land und Sonnenschein. In der Karte ist eingezeichnet, welche Fläche in der Sahara nötig wäre, um die Welt, Europa oder Deutschland mit Strom zu versorgen. Das zweite Bild mit der Solaranlage in Marokko zeigt, dass hier eine durchaus realistische Vision für die Zukunft besteht.



Solarzellen bieten bis jetzt die einzige Möglichkeit, Sonnenlicht direkt in eletrischen Strom umzuwandeln, ohne den Umweg über Wärmekraftwerke. Am weitesten verbreitet sind monokristalline Siliziumzellen mit einem Wirkungsgrad von rund 20 %.

Das Grundelement ist eigentlich eine grossflächige Diode, welche den Strom nur in einer Richtung durchlässt. Wenn nun das Licht ein Elektron aus dem Atom hinausschleudert, dann erfolgt die Bewegung des Elektrons in alle Richtungen. Gerät es dabei auf die andere Seite der Sperrschicht, kann es nicht mehr zurück und lässt ein positives Ion auf der anderen Seite zurück. So baut sich eine Spannung auf.

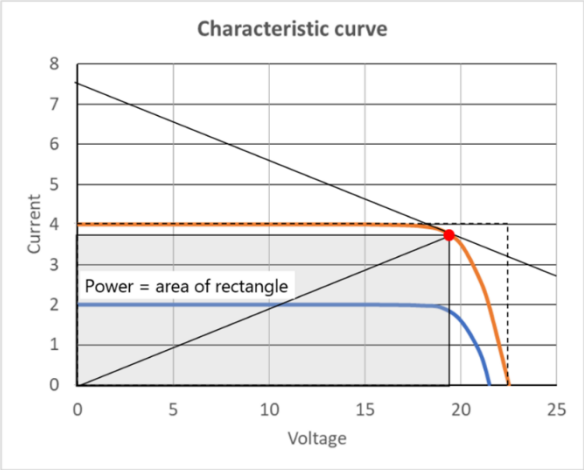


3. Eigenschaften der Solarzelle

Der Wirkungsgrad eine Zelle bezieht sich stets auf den optimalen Arbeitspunkt. Bei genauen Messungen ist zu beachten, dass sich der Wirkungsgrad mit zunehmender Temperatur reduziert: - 0.4 % pro °C. Auch mit dem Alter nimmt der Ertrag ab: - 0.6 % pro Jahr. So liefert eine Solarzelle über einige Jahrzehnte gratis Strom fast ohne Wartung. Monokristalline Siliziumzellen haben eine einigermassen konstante Spannung von 0.5 V. Vorzugsweise schaltet man viele Zellen in Serie, um eine vernünftige Spannung zu erreichen.

Das Diagramm mit den Kennlinien zeigt das typische Verhalten einer Solarzelle. Der Strom bleibt über einen grossen Bereich einigermassen konstant, bis er dann bei einer gewissen Spannung zusammenbricht. Die elektrische Leistung entsprich der Fläche des Rechtecks. Das Maximum erreicht man beim roten Punkt. Dort ist die Steigung der Tangente gleich der negativen Steigung der Diagonalen. Für mathematisch Interessierte lässt sich das mit der Differenzialrechnung zeigen: Eine Funktion erreicht ihr Maximum, wenn die Ableitung Null wird. Dazu betrachtet man den Strom als Funktion der Spannung: $I = f(U)$ und die Leistung ist $P = U \cdot I$. Dann ist die Ableitung: $P' = dP/dU = I + U \cdot dI/dU = 0$.

Damit ist Steigung der Tangente $dI/dU = - I/U$.

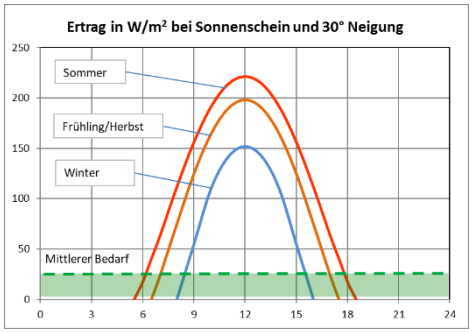


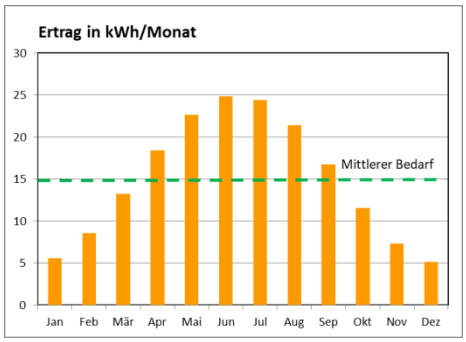
Die einfachste Situation hat man, wenn man den Strom in eine Batterie einspeist. Diese hat eine konstante Spannung unabhängig vom Strom. Beim gezeigten Diagramm würde man z.B. eine Batterie mit 18 V verwenden, damit man auch bei geringerer Sonneneinstrahlung noch einen Ertrag hat. Anderseits hat man so bei starker Sonneneinstrahlung doch einige Verluste. Für die optimale Nutzung benötigt man darum einen elektronischen Spannungswandler, welcher die Solarzelle stets am optimalen Arbeitspunkt betreibt.

Für das Experiment wäre es aber viel zu aufwändig, wenn man für jede Messung den optimalen Arbeitspunkt bestimmen müsste. Für die Messung gibt es aber eine gute Näherung, indem man lediglich den Kurzschlussstrom I_k misst (man schliesst das Multimeter direkt im Strommodus an). Dann ist die optimale elektrische Leistung P_e in guter Näherung 75 % des Produkts aus Kurzschlussstrom I_k und Leerlaufspannung U_L (bzw. Nominalspannung), was dem gestrichelten Rechteck entspricht: $P_e = 0.75 \cdot I_k \cdot U_L$. Erst bei schwacher Beleuchtung sinkt dieser Faktor deutlich. Für sehr genaue Messungen braucht es die Kennlinien bei verschiedenen Einstrahlungen, damit der Faktor für unterschiedliche Ströme bestimmt werden kann.

4. Speicherung von Solarenergie

Ein grosses Problem der Sonnenenergie besteht darin, dass die Sonnenenergie nicht kontinuierlich zur Verfügung steht, sondern grosse Schwankungen zeigt. Zudem steht sie nur in täglichen Spitzen, d.h. nur in 8 von 24 Stunden zur Verfügung, wie das linke Diagramm für einen Sonnentag zeigt. Bei schlechtem Wetter bricht der Solarstrom praktisch zusammen. Dazu kommen in unseren Breitengraden noch die Jahreszeiten. Im Winter kann der Ertrag auf 20 % gegenüber den Sommermonaten sinken, wie das rechte Diagramm zeigt. Das hängt aber stark vom Ort ab und auch von Jahr zu Jahr zeigen sich grosse Unterschiede. Der grüne Bereich ist der mittlere Bedarf, alles was darüber liegt, muss für die Nacht, für schlechtes Wetter und den Winter gespeichert werden.





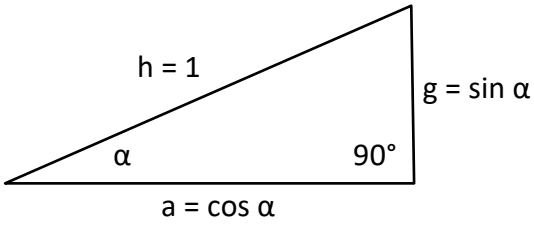
Sollte Solarstrom die fossilen Brennstoffe ersetzen, ist eine massive Speicherung unumgänglich. Zur Diskussion stehen heute vor allem folgende Speichermöglichkeiten, aber alle mit grossen Nachteilen:

- Pumpspeicherwerke: Eigentlich ideal, aber es gibt zu wenig topografische Möglichkeiten
- Batterien: Hoher Wirkungsgrad, aber extrem teuer und erst ab 1000 Ladzyklen sinnvoll.
- Wasserstoff: Vernünftiger Wirkungsgrad, aber problematische Speicherung des leichten Gases
- Synthetisches Methanol oder Ammoniak ist einfach zu speichern, aber tiefer Wirkungsgrad

Anhang B: **Berechnung des Energieertrages** 26.7.21/CT

1. Trigonometrie

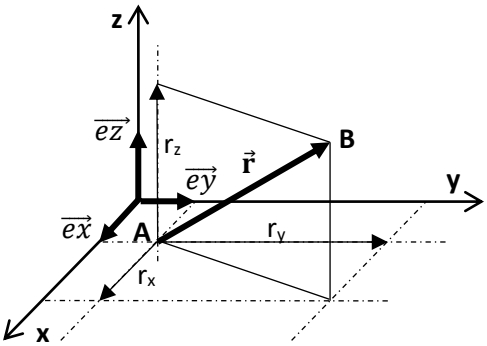
Die trigonometrischen Funktionen kennen viel praktische Anwendungen und sind einfach zu versteht. Dazu verwendet man ein rechtwinkliges Dreieck mit einer Hypotenuse h der Länge 1. Zu einem bestimmten Winkel α ergib nun der Sinus die Länge g der Gegenkathete und der Cosinus die Länge a der Ankathete. Dabei soll man sich keine Gedanken machen, wie diese Zahlenwerte berechnet werden. Das gehört in die höhere Mathematik.



Eine viel verwendete Beziehung ist gemäss Pythagoras: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
Und zur Übung: Man kann in der Zeichnung die Seitenlängen messen und die Seitenverhältnisse g/h und a/h bilden. Der Winkel ist α = 23.4°. Dann sollten die Winkelfunktionen mit den gemessenen Seitenverhältnissen übereinstimmen.

2. Vektorrechnung

Am einfachsten stellt man sich einen Vektor als einen Pfeil im Raum vor. Damit man diesen Pfeil mit Zahlen ausgedrückt kann, braucht es ein Koordinatensystem, das von den 3 Einheitsvektoren $\overrightarrow{ex}$, $\overrightarrow{ey}$ und $\overrightarrow{ez}$ aufgespannt wird. Darin wird der Vektor in drei Komponenten zerlegt, welche in Richtung der drei Koordinatenachsen zeigen. Und die Längen dieser Komponenten sind nun die gesuchten Zahlen. Man darf dabei Punkte und Vektoren nicht verwechseln. Punkte bezeichnen mit ihren Koordinaten bestimmte Stellen im Raum, mit denen man aber nicht weiter rechnen kann. Vektoren kann man dagegen beliebig verschieben. Darum lässt sich mit Ihnen auch rechnen.



Für Punkte schreibt man üblicherweise: P(x, y, z).

Vektoren dagegen werden so geschrieben: $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} = r_x \cdot \overrightarrow{ex} + r_y \cdot \overrightarrow{ey} + r_z \cdot \overrightarrow{ez}$.

Man kann einen Vektor auch definieren als Pfeil von Punkt A(a_x, a_y, a_z) nach B(b_x, b_y, b_z) $\vec{r} = \begin{pmatrix} b_x - a_x \\ b_y - a_y \\ b_z - a_z \end{pmatrix}$

Die Rechenregeln sind recht einfach:

Rechenregeln für Vektoren

Addition von Vektoren: $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \\ a_z + b_z \end{pmatrix}$

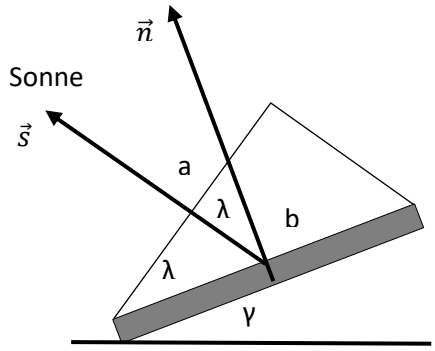
Multiplikation mit Zahl k: $k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_x \\ k \cdot a_y \\ k \cdot a_z \end{pmatrix}$

Skalare Multiplikation: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z = a \cdot b \cdot \cos\varphi$

Länge eines Vektors: $|\vec{a}| = a = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2 + {a_z}^2}$

Vor allem die skalare Multiplikation ist sehr nützlich. Die skalare Multiplikation von zwei Vektoren der Länge 1 ergibt geraden den Cosinus des Zwischenwinkels. Darum lassen sich Winkel am besten mit Vektoren bestimmen. Sind die Richtungen von zwei Geraden durch die Vektoren $\overrightarrow{e1}$ und $\overrightarrow{e2}$ der Länge 1 gegeben, so ist der Winkel α zwischen den Geraden gegeben durch: $\cos\alpha = \overrightarrow{e1} \cdot \overrightarrow{e2}$.

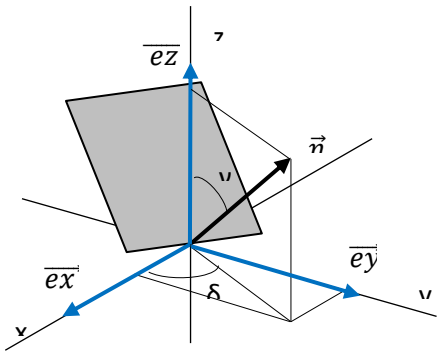
3. Ausrichtung der Solarzelle



Eine entscheidende Grösse für den Ertrag eine Solarzelle ist der Einfallswinkel der Sonne auf die Zelle. Bei schrägem Einfall verteilt sich das Licht auf eine grössere Fläche, was den Flächenertrag reduziert. Gemäss der Zeichnung ist die Reduktion gegeben durch das Verhältnis a/b = cos λ = E. Das ist die massgebende Grösse für den Ertrag.

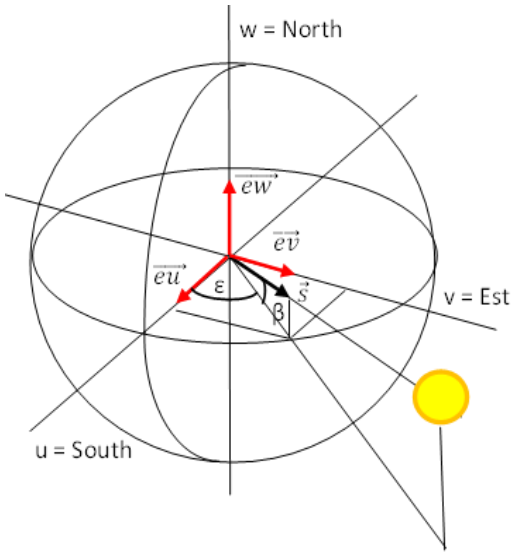
Wenn wir die Ausrichtung der Zelle durch den senkrechten Vektor $\vec{n}$ angeben und die Richtung der Sonne durch den Vektor $\vec{s}$, dann ist das Skalarprodukt $\vec{s}\cdot\vec{n}$ = cos λ = E die gesuchte Grösse, falls wir den Vektoren die Länge 1 geben. Im Folgenden geht es nun darum, die beiden Vektoren $\vec{n}$ und $\vec{s}$ zu bestimmen.

Für die Ausrichtung der Solarzelle verwenden wir ein lokales Koordinatensystem (blau) mit x = Süd, y = Ost und z = Zenit, das durch die Richtungsvektoren $\overrightarrow{ex}$, $\overrightarrow{ey}$ und $\overrightarrow{ez}$ gegeben ist. Die Ausrichtung der Solarzelle ist gekennzeichnet durch den Winkel δ zur Südrichtung und durch die Neigung γ gegenüber dem Boden bzw. der Winkel zwischen der Senkrechten $\vec{n}$ auf der Zelle und der Vertikalen. Damit ergibt sich:



$$\vec{n} = \begin{pmatrix} \sin\gamma\cos\delta \\ \sin\gamma\sin\delta \\ \cos\gamma \end{pmatrix} = \sin\gamma\cos\delta\cdot\overrightarrow{ex} + \sin\gamma\sin\delta\cdot\overrightarrow{ey} + \overrightarrow{ey}\cdot\overrightarrow{ez}$$

4. Richtung der Sonne



Die Richtung zur Sonne soll durch den Vektor $\vec{s}$ gegeben werden. Dazu ist das Koordinatensystem am Ort der Solarzelle nicht geeignet. Besser wählt man ein zweites Koordinaten-system (rot) u, v, w, welches an der Erdachse, am Äquator und am Längengrad des Ortes ausgerichtet ist. Hier lässt sich $\vec{s}$ viel einfacher bestimmen. Dabei verwenden wir folgende Winkel:

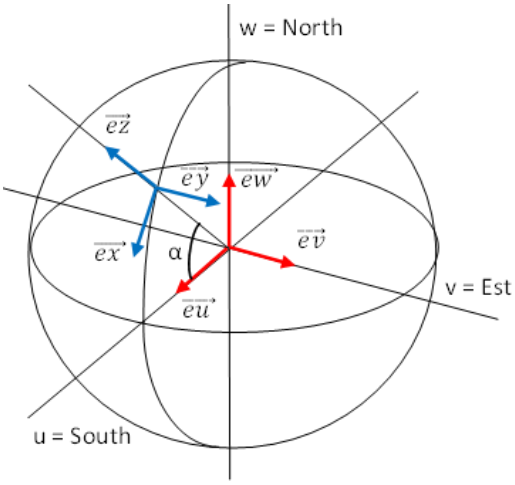
- β Neigung der Sonne zur Erdachse
- ε Richtung der Sonne nach Osten

Winkel ε ist hier wie die anderen Winkel nach Osten ausgerichtet. Damit läuft er in die umgekehrte Richtung wie die Tageszeit. Damit kann man die Richtung der Sonne angeben mit:

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} \cos\beta\cos\varepsilon \\ \cos\beta\sin\varepsilon \\ \sin\beta \end{pmatrix} = \cos\beta\cos\varepsilon\cdot\overrightarrow{eu} + \cos\beta\sin\varepsilon\cdot\overrightarrow{ev} + \sin\beta\cdot\overrightarrow{ew}$$

Die Neigung β der Erdachse zur Sonne hängt von der Jahreszeit ab. Wenn man die Zahl der Tage t ab 21. Juni (Sommersonnenwende) als Winkelgrade t nimmt, kann man in guter Näherung folgende Formel verwenden: β = 23.5°·cos t

5. Transformation von Koordinatensystemen



Die Zeichnung zeigt nun die beiden Koordinatensysteme. Das lokale blaue Koordinatensystem am Ort der Messung befindet sich auf dem Breitengrad mit dem Winkel α. Nun müssen wir die Richtung der Sonne, d.h. den Vektor $\vec{s}$ vom roten Koordinatensystem ins lokale blaue Koordinatensystem transformieren. Das erfolgt mit Hilfe der Richtungsvektoren $\overrightarrow{ex}$, $\overrightarrow{ey}$, $\overrightarrow{ez}$ und $\overrightarrow{eu}$, $\overrightarrow{ev}$, $\overrightarrow{ew}$. Gemäss der Zeichnung ergibt sich für das rote Koordinatensystem:

$$\overrightarrow{eu} = \sin\alpha \cdot \overrightarrow{ex} + \cos\alpha \cdot \overrightarrow{ez}$$
$$\overrightarrow{ev} = \overrightarrow{ey}$$
$$\overrightarrow{ew} = -\cos\alpha \cdot \overrightarrow{ex} + \sin\alpha \cdot \overrightarrow{ez}$$

.

Damit wir für die Sonnenrichtung $\vec{s}$ die Koordinaten im blauen Koordinatensystem erhalten, müssen wir die Richtungsvektoren ersetzen:

$$\begin{aligned}\vec{s} &= \cos\beta\cos\varepsilon\,\overrightarrow{eu} + \cos\beta\sin\varepsilon\,\overrightarrow{ev} + \sin\beta\,\overrightarrow{ew}\\ &= \sin\alpha\cos\beta\cos\varepsilon\,\overrightarrow{ex} + \cos\alpha\cos\beta\cos\varepsilon\,\overrightarrow{ez}\\ &\quad + \cos\beta\sin\varepsilon\,\overrightarrow{ey}\\ &\quad - \cos\alpha\sin\beta\,\overrightarrow{ex} + \sin\alpha\sin\beta\,\overrightarrow{ez}\\ &= (\sin\alpha\cos\beta\cos\varepsilon - \cos\alpha\sin\beta)\,\overrightarrow{ex} + \cos\beta\sin\varepsilon\,\overrightarrow{ey} + (\cos\alpha\cos\beta\cos\varepsilon + \sin\alpha\sin\beta)\,\overrightarrow{ez}\end{aligned}$$

oder $\vec{s} = \begin{pmatrix}\sin\alpha\cos\beta\cos\varepsilon - \cos\alpha\sin\beta\\ \cos\beta\sin\varepsilon\\ \cos\alpha\cos\beta\cos\varepsilon + \sin\alpha\sin\beta\end{pmatrix}$ für die Koordinaten im blauen Koordinatensystem.

Das scheint zwar recht kompliziert zu sein, aber mit der klassischen Geometrie wäre das kaum lösbar. Vor allem kann man mit der Transformation in einzelnen und überschaubaren Schritten vorgehen. Und die Länge von $\vec{s}$ sollte immer noch 1 sein. Es sei hier der Leserin oder dem Leser überlassen, zu verifizieren, dass $\vec{s}^2 = s_x^2 + s_y^2 + s_z^2 = 1$ ist.

6. Berechnung des Einfallswinkels

Nun können wir die Reduktion des Ertrages durch einen ***schiefen Einfall*** der Sonne auf die Solarzelle berechnen. Der Ertrag E gemäss Einfallswinkel λ ergibt sich aus dem Skalarprodukt $E = \vec{s}\cdot\vec{n} = \cos\lambda$, wobei man den Winkel λ selber gar nicht kennen muss:

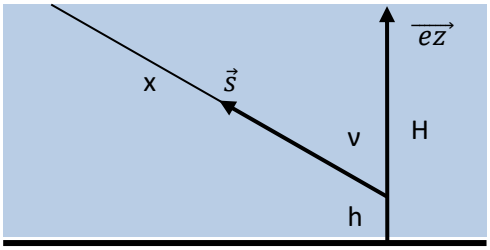
$$E = \vec{s}\cdot\vec{n} = \cos\lambda = (\sin\alpha\cos\beta\cos\varepsilon - \cos\alpha\sin\beta)\sin\gamma\cos\delta + \cos\beta\sin\varepsilon\sin\gamma\sin\delta + (\cos\alpha\cos\beta\cos\varepsilon + \sin\alpha\sin\beta)\cos\gamma$$

Zur Erinnerung hier nochmals die verwendeten Winkel:

α = Breitengrad des Ortes
β = Neigung der Erdachse zur Sonne
ε = Richtung der Sonne gegen Osten (Mittag minus Tagszeit)
γ = Neigung der Solarzelle (horizontal = 0°)
δ = Ausrichtung der Solarzelle gegen Osten

7. Dämpfung des Sonnenlichtes

Ausserhalb der Atmosphäre ist die Leistung der Sonne durch die Solarkonstante P_s = 1367 W/m^2 gegeben. Aber auch dieser Wert schwankt wegen der Exzentrizität der Erdbahn zwischen 1420 W/m^2 im Januar und 1325 W/m^2 im Juli, also um $\pm$ 3.5 %. Das zeigt, was man alles für eine sehr genaue Messung berücksichtigen müsste.



Auf dem Weg durch die Atmosphäre wird das Sonnenlicht gedämpft und gestreut. Für blaues Licht ist dieser Effekt stärker als für rotes Licht. Darum wird die Abendsonne rot und das Blau des Himmels kommt vom stärker gestreuten blauen Licht. Entscheidend für die Dämpfung ist die Länge x des Weges durch die Atmosphäre. Bei einem senkrechten Weg durch die Atmosphäre und bei klarer Sicht beträgt die Reduktion rund 18 %. Was das Licht dabei durchquert, entspricht einer Luftsäule von H = 8 km, wenn man die Dichte auf Meereshöhe nimmt. Je tiefer die Sonne steht, umso länger wird der Weg x und es gilt: x cos v = H – h. Dabei ist h die Höhe des Ortes über Meer. Wieder hilft uns hier das Skalarprodukt für den Sonnenstand S:

$$S = \cos v = \vec{s} \cdot \overrightarrow{ez} = \cos\alpha \cos\beta \cos\varepsilon + \sin\alpha \sin\beta$$

Die Dämpfung folgt einer Exponentialfunktion $D = e^{-k \cdot x}$. Den Koeffizienten k bestimmt man aus der Gleichung $0.82 = e^{-k \cdot 8}$ (Reduktion 18 %) und erhält k = 0.025. Damit erhält man für die Dämpfung D:

$$D = e^{-k \cdot (H-h)/S}$$

Diese Dämpfung gilt nur für klare Sicht, die man an einem tiefblauen Himmel erkennt. Nur schon leichter Dunst kann die Leistung reduzieren. Dann ist der Himmel von leichtem grau-blau und der Bereich um die Sonne leuchtet stärker. Die Streuung des Sonnenlichts verursacht auch die diffuse Strahlung der Umgebung, die auf der Solarzelle grob etwa 10 % des direkten Sonnenlichts ausmacht. Weiter kommen noch allfällige Reflexionen durch Schnee, weisse Hauswände, etc. dazu, die wir hier aber nicht weiter berücksichtigen. Das sind alles Effekte, die der theoretischen Berechnung schwer zugänglich sind und sich erst bei der Messung zeigen.

8. Leistung der Solarzelle

Aus den Winkeln können wir nun die massgebenden Grössen für die theoretische Leistung bei klarem Sonnenschein berechnen. Das sind:

S = Sonnenstand gemäss Tageszeit
D = Dämpfung durch Atmosphäre
E = Ertrag gemäss Einfallswinkel

Damit haben wir die gesamte direkt Sonnenleistung P_Z auf der Solarzelle mit:

$$P_Z = P_s \cdot E \cdot D$$

Für die theoretische elektrische Leistung P_{eT} eines Solarmoduls brauchen wir noch seine Fläche A in m^2 und den Wirkungsgrad w der Zelle. Damit erhalten wir:

$$P_{eT} = w \cdot A \cdot P_T = w \cdot A \cdot P_s \cdot E \cdot D$$

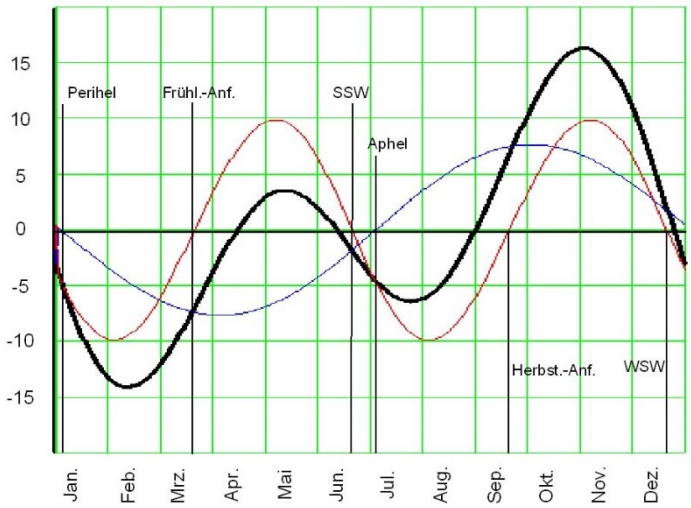
9. Die genaue Sonnenzeit

Bei der Position der Sonne zur Zeit der Messung (bzw. der Drehung der Erde um ε) ist es wichtig, dass man die Sonnenzeit nimmt und nicht Uhrzeit. Diese Sonnenzeit orientiert sich am Zeitpunkt, wenn die Sonne am höchsten steht, d.h. genau im Süden. Die MEZ (Mitteleuropäische Zeit) orientiert sich am Meridian 15° Ost. Für Zürich mit 47.4° Nord und 8.5° Ost ergibt das eine Verschiebung von (15° - 8.5°)/15 = 0.43 h = 26 Minuten, das heisst der wahre Mittag der Sonne ist erst um 12.26 Uhr (Winter) bzw. 13.26 Uhr (Sommer).

Was die wenigsten wissen, die Länge des Tages verändert sich zudem übers Jahr und der Sonnenmittag verschiebt sich übers Jahr um bis zu einer Viertelstunde in beiden Richtungen. Und das macht sich in der Messung durchaus bemerkbar. Die Ursache ist einerseits die leicht elliptische Umlaufbahn der Erde um die Sonne und anderseits die Drehung der Erdachse gegen die Sonne im Verlauf des Jahres. Im Diagramm ist diese Abweichung dargestellt. Es gibt dafür auch eine Formel (Winkel in Grad):

$\Delta t = -0.13 \cdot \sin(1.02 \cdot T + 165) - 0.17 \cdot \sin(1.93 \cdot T)$

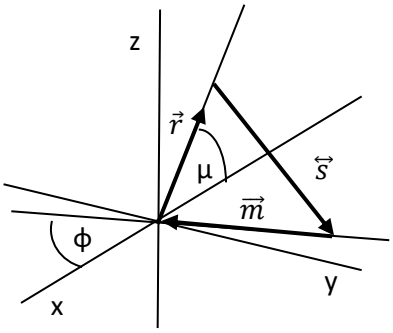
Dabei sind T die Tage nach bzw. vor dem 21. Juni (Sommersonnende)



10. Die Sonnenuhr

Gerne würde man den senkrechten Stift mit der Winkelscheibe auch als Sonnenuhr verwenden. Leider läuft aber der Schatten nicht synchron mit der Zeit und es zeigen sich grosse Abweichung. Die Richtung des Schattens mit dem Winkel ε' erhalten wir dadurch, dass wir die Sonnenrichtung $\vec{s}$ auf die Ebene projizieren. Dazu setzt man $s_z = 0$. Für den Winkel ε' zum Mittag erhält man die Beziehung:

$\tan \phi = - s_y/s_x = \cos \beta \sin \varepsilon / (\sin \alpha \cos \beta \cos \varepsilon - \cos \alpha \sin \beta)$
(Das Minus ist wegen der Richtung von ε gegen Westen)



Wie die Tabelle unten zeigt, hängt die Differenz zwischen Uhrzeit ε und dem Winkel ε' auch noch von der Jahreszeit ab. Diese Differenz lässt sich deutlich reduzieren, wenn man den Stift nach hinten neigt. Aber auch so erreicht man keine grosse Genauigkeit.

a) Berechnung mit einem geneigten Stift

Stift mit einem Winkel μ zur Ebene:: $\vec{r} = \begin{pmatrix} -\cos \mu \\ 0 \\ \sin \mu \end{pmatrix}$

Schatten: $\vec{m} = -k\vec{r} + \vec{s}$ mit k so, dass $m_z = 0$, d.h. der Schatten liegt in der xy-Ebene
$m_z = - k \sin \mu + \cos \alpha \cos \beta \cos \varepsilon + \sin \alpha \sin \beta = 0$
oder $k = (\cos \alpha \cos \beta \cos \varepsilon + \sin \alpha \sin \beta) / \sin \mu$

Damit herhält man die beiden Komponenten und den Winkel ϕ des Schattens:

$m_x = \cos\mu\,(\cos\alpha\cos\beta\cos\varepsilon + \sin\alpha\sin\beta) / \sin\mu + \sin\alpha\cos\beta\cos\varepsilon - \cos\alpha\sin\beta$
$m_y = \cos\beta\sin\varepsilon$
$\phi = \arctan(m_y/m_x)$

Sonnenzeit ε			**ϕ nach Jahreszeit**					
			Senkrechter Stift			Stift um 47° geneigt		
Mo	Na	Grad	So	Fr/He	Wi	So	Fr/He	Wi
12	12	**0**	0	0	0	0	0	0
11	13	**15**	29	20	15	15	20	30
10	14	**30**	52	38	29	31	38	52
9	15	**45**	69	54	43	46	54	66
8	16	**60**	82	67	54	61	67	75
7	17	**75**	94	79		75	79	
6	18	**90**	104	90		90	90	
5	19	**105**	115			104		
4	20	**120**	126			119		

b) Sonnenuhr an vertikaler Wand

Für eine ***vertikale Wand*** setzt man $\vec{r} = \begin{pmatrix} \sin\mu \\ 0 \\ -\cos\mu \end{pmatrix}$ und verlangt, dass $m_x = 0$ ist.

Die Rechnung erfolgt dann analog:

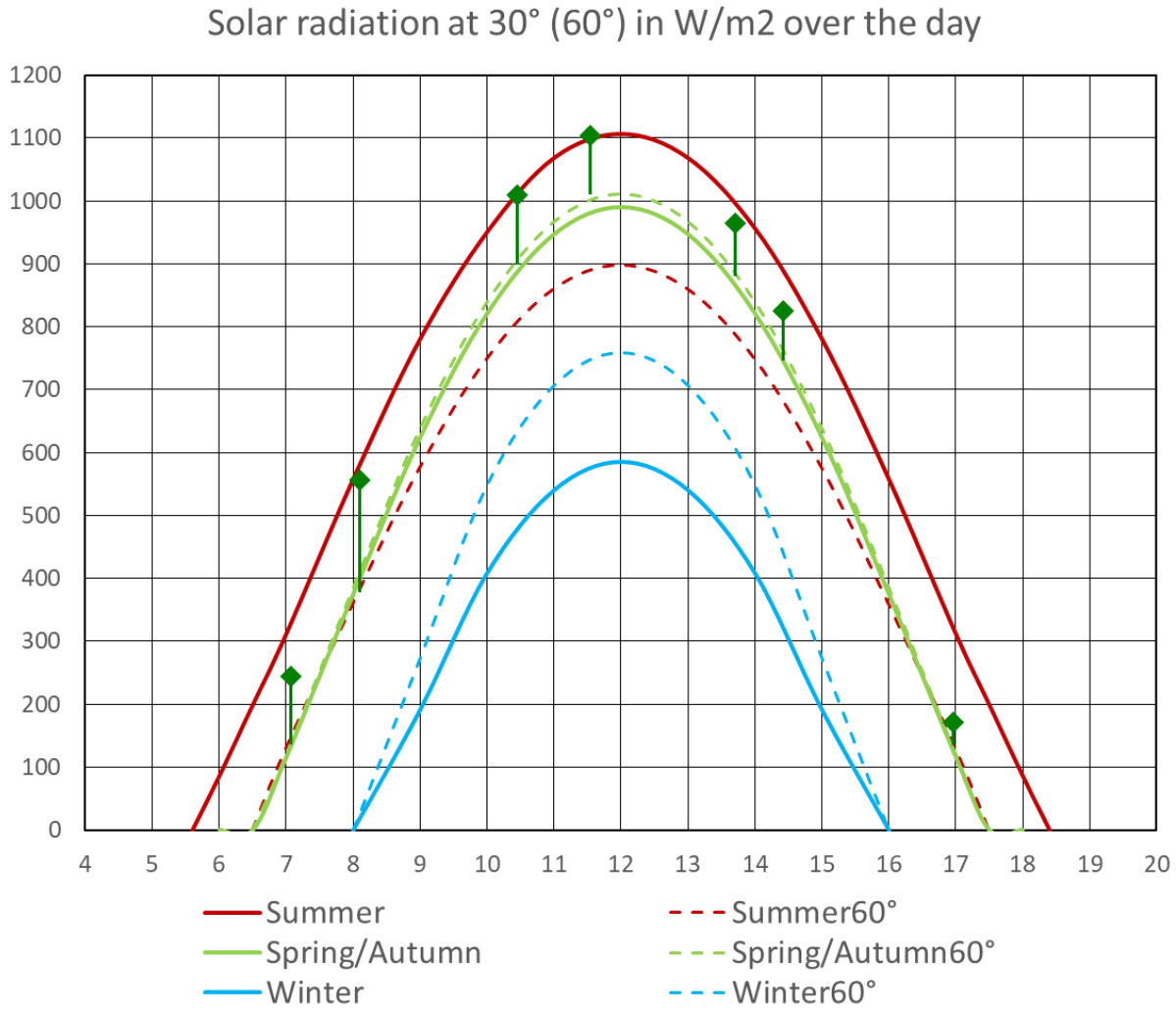
$m_x = -k\sin\mu + \sin\alpha\cos\beta\cos\varepsilon - \cos\alpha\sin\beta = 0$
$\rightarrow k = (\sin\alpha\cos\beta\cos\varepsilon - \cos\alpha\sin\beta) / \sin\mu$
$m_y = \cos\beta\sin\varepsilon$
$m_z = \cos\mu\,(\sin\alpha\cos\beta\cos\varepsilon - \cos\alpha\sin\beta) / \sin\mu + \cos\alpha\cos\beta\cos\varepsilon + \sin\alpha\sin\beta$
$\phi = \arctan(m_y/m_z)$

Für eine ebene Sonnenuhr sind in der folgenden Tabelle sind Winkel des Schattens für die verschiedenen Tageszeiten aufgeführt. Sowohl für einen senkrechten Stift wie auch für einen geneigten Stift. Man sieht auch die Abhängigkeit von den Jahreszeiten.

Anhang C: **Messungen und Programme**

1. Sonneneinstrahlung im Tagesverlauf

Das folgende Diagramm gibt die Sonneneinstrahlung in W/m^2 auf ein Panel, das um 30° nach Süden geneigt ist. Die gestrichelten Kurven sind für eine Neigung von 60° der Solarzellen. Für die elektrische Leistung muss noch mit der Fläche der Solarzelle in m^2 und ihrem Wirkungsgrad multipliziert werden, Die etwas höheren Messwerte (1. September) werden durch die diffuse Strahlung verursacht. Die theoretischen Werte geben nur die direkte Sonneneinstrahlung an.



Diese Werte gelte nur für einen klaren Sonnentag und sind einigermassen Ortsunabhängig. In einer Höhenlage, in den Bergen sind die Werte etwas höher. Die Tageserträge entsprechen den Flächen unter den Kurven:

Sommer: 8.6 (6.2) kWh Frühling/Herbst: 6.7 (6.9) kWh Winter: 2.8 (3.8) kWh

Im Sommer erhält man darum mit 30° einen deutlich höheren Ertrag gegenüber 60°. Im Winter dagegen, wenn die Sonne tief steht, ist es genau umgekehrt.

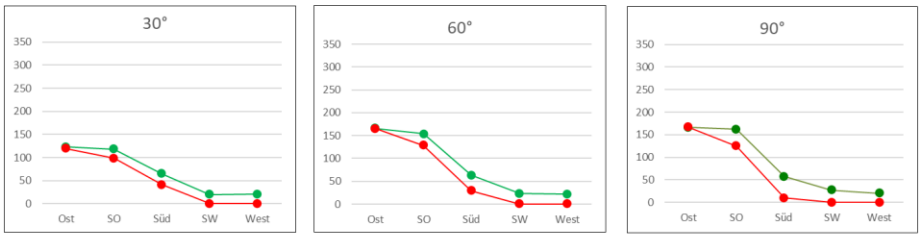
Für den Ertrag pro Monat ist das Wetter entscheidend bzw. die Anzahl Sonnentage. Die sind im Mittelland im Winter deutlich geringer als im Sommer. Auch zwischen den Orten gibt es grosse Unterschiede, besonders im Winter. Aber auch diese Werte können von Jahr zu Jahr deutlich variieren.

2. Vergleich mit verschiedenen Ausrichtungen

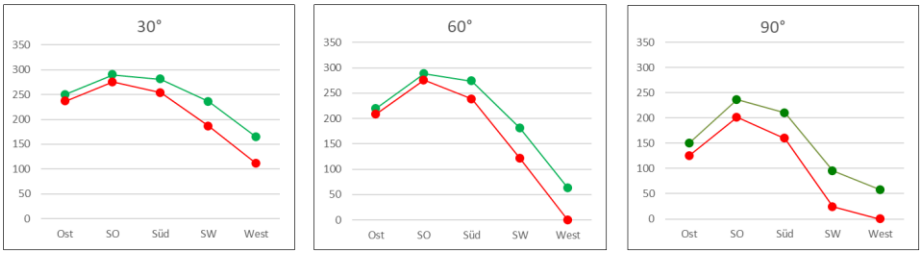
Diese Messungen (1. September) zeigen die gute Übereinstimmung von Theorie und Messung. Auch hier verweisen die leicht höheren Messwerte auf den Einfluss der diffusen (und reflektierte) Strahlung. Zudem zeigt sich bei den Messwerten eine leicht Verschiebung nach rechts. Schon wenige Minuten machen sich da bemerkbar.

Messung um 7.30 Uhr
(Winterzeit, Angaben in mA)

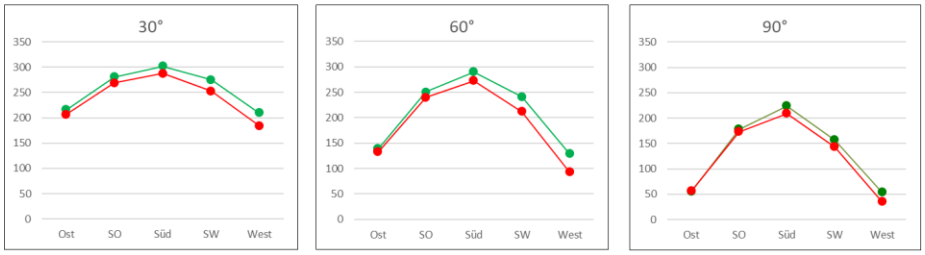
Messung Theorie



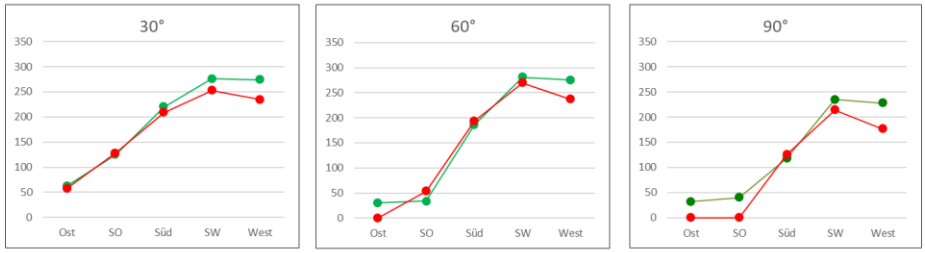
Messung um 10.50 Uhr



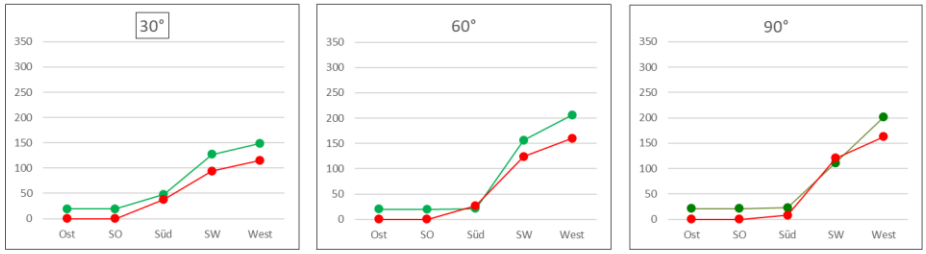
Messung um 12.00 Uhr



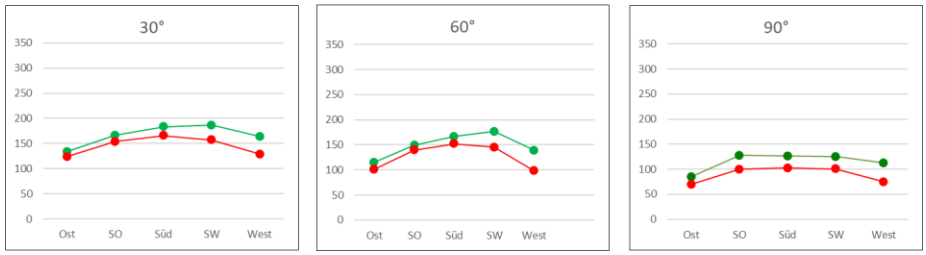
Messung um 14.50 Uhr



Messung um 17.30 Uhr



Die unteren 3 Diagramme unten geben den Mittelwert der Leistungen und zeigen, in welcher Position der Ertrag am grössten ist. In der Tabelle noch die Werte in %. Und darunter die Werte, wenn man zu jeder Zeit das Maximum nimmt:
Eine Nachführung der Solarzelle würde einen Gewinn von über 30 % bringen



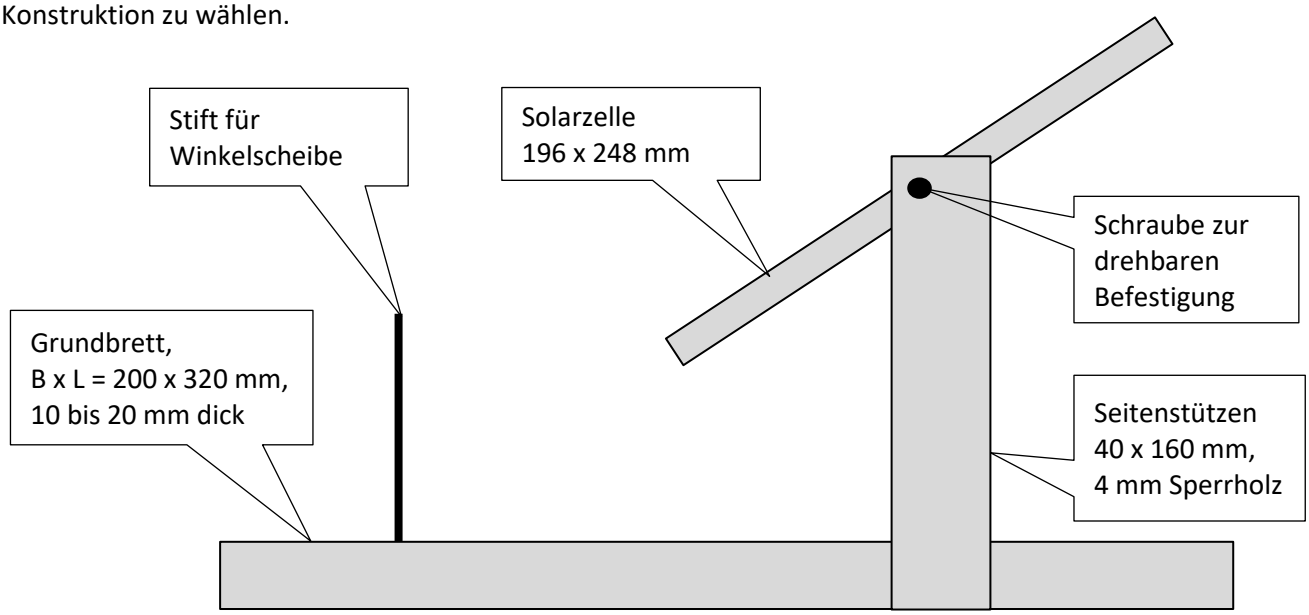
Leistung in %		Ost	SO	Süd	SW	West
Messung	30°	72	89	98	100	88
	60°	62	80	89	94	74
	90°	45	68	68	67	60
Theorie	30°	75	93	100	95	78
	60°	61	84	92	88	59
	90°	42	60	62	60	45
Maximum		133	Messung		Theorie	140

3. Excel-Programm

Ertrag einer Solarzelle				1.9.21/CT
Blau sind die festen Vorgaben				
Grün sind die Eingabefelder für die einzelnen Messungen				
Rot sind die berechneten Werte: Nicht überschreiben!				
Konstanten				**Formeln**
P_s	1367	W/m^2	Solarkonstante	
k	0.025	1/km	Dämpfungskoeffizient	
gr	0.0175		Umrechnung Grad - rad	
Situation				
A	0.025	m^2	Fläche Zelle	
w	0.18		Wirkungsgrad	
U_L	22	V	Leerlaufspannung	
h	0.5	km	Höhe über Meer in km	
t	70	1.222	Tage vor/nach 21. Juni	t·gr
f	8.5	-0.44	Längengrad Ort / Zeitverschiebur	(f-15)/15-0.17*sin(0.034*t)-0.13*sin(0.018*t+2.9)
Winkel	grad	rad		
a (α)	47.3	0.826	Breitengrad des Ortes	a·gr
b (β)	8	0.140	Sonnenstand / Neigung Erdachse	23.5°·cos t
c (γ)	30	0.524	Neigung der Solarzelle	c·gr
d (δ)	45	0.785	Richtung der Solarzelle nach Oste	d·gr
e (ε)	8.5	1.031	Winterzeit	(12-e)·15·gr (Minuten in Dezimalen angeben!)
f (ϕ)	72		Winkel des Schattens	ARCTAN2(sin α cos β cos ε - cos α sin β;cos β sin ε)/gr
Berechnung				**Formeln**
S	0.448		Cosinus Zenit zur Sonne	cos v = cos α cos β cos ε + sin α sin β
D	0.658		Dämpfung durch Atmosphäre	exp(-(8-h)·k/S)
P_T	899	W/m2	Sonnenleistung am Messort	D·Ps
E	0.787		Reduktion durch Einfallswinkel	cos λ, Formel siehe unten
Pz	707	W	Sonnenleistung auf Solarzelle	$E \cdot P_T$
P_{eT}	3.183	W	Elektrische Leistung der Solarzelle	Pz·A·w
I_{kT}	0.193	A	Kurzschlussstrom der Solarzelle	$PeT/U_L/0.75$
			E =	(sin α cos β cos ε - cos α sin β) sin γ cos δ
				+cos β sin ε sin γ sin δ
				+ (cos α cos β cos ε + sin α sin β) cos γ

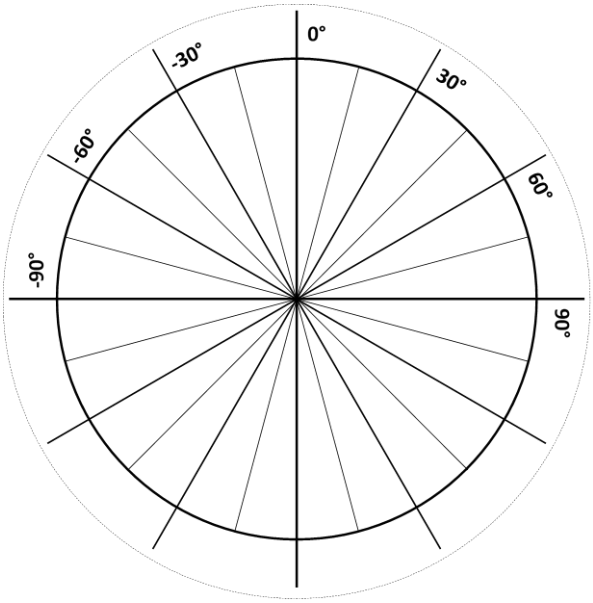
4. Konstruktion der Messstation

Die Konstruktion der Messstation dient nur als Beispiel. Man ist durchaus frei, eine andere Konstruktion zu wählen.

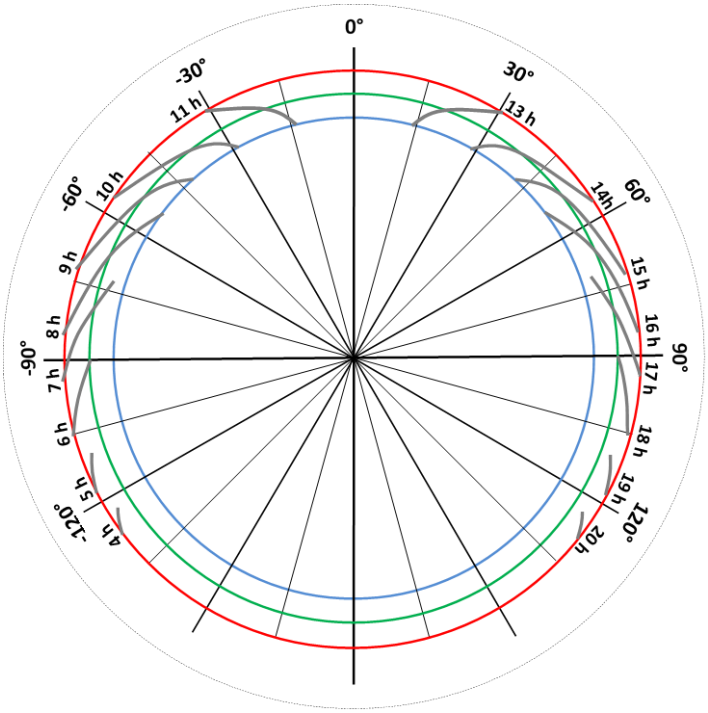


Auch in der Wahl der Solarzelle ist man frei. Die Messung kann mit irgendeiner Solarzelle durchgeführt werden. Konkret wurde hier eine 5 W Solarzelle von Pearl gewählt (Art.Nr NX2657) mit einer Leerlaufspannung von 22 V. Die aktive Fläche beträgt 19 x 16 cm, was 0.025 m^2 entspricht, wenn man die inaktiven Zwischenstreifen abzieht. Hier noch ein Tipp: Viele Multimeter haben bei der Strommessung einen Sprung von 200 mA auf 10 A. Dadurch wird die Anzeige über 200 mA ungenau. Darum habe ich die Spannung über einen genauen 1 Ω Widerstand gemessen.

Winkelscheibe für die horizontale Ausrichtung und die Neigung der Solarzelle



Winkelscheibe mit der Skala für die Sonnenzeiten in den vier Jahreszeiten:
So = rot, Fr/He = grün, Wi = blau



Messungen mit Solarzelle

Wirkungsgrad = **18**

12.7.21/CT

typische Messung. Die Differenz wird durch die diffuse Strahlung

Berechnung der direkten Sonneneinstrahlung enthalten ist.

Datum	**Winterzei**	**0°**	**30° geneigt**					**60° geneigt**					**90° senkrecht**					**Wetter**
1.9.21	**09:30**		O	SO	S	SW	W	O	SO	S	SW	W	O	SO	S	SW	W	
Strom	mA	130	222	219	155	53	24	256	250	140	24	27	242	239	105	33	30	klare Sonne
Theorie	mA	110	199	193	129	46	0	235	224	114	0	0	208	196	68	0	0	
Differenz	mA	20	23	26	26	7	24	21	26	26	24	27	34	43	37	33	30	27

Datum	**Winterzei**	**0°**	**30° geneigt**					**60° geneigt**					**90° senkrecht**					**Wetter**
			O	SO	S	SW	W	O	SO	S	SW	W	O	SO	S	SW	W	
Strom	mA																	
Theorie	mA																	
Differenz	mA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Datum	**Winterzei**	**0°**	**30° geneigt**					**60° geneigt**					**90° senkrecht**					**Wetter**
			O	SO	S	SW	W	O	SO	S	SW	W	O	SO	S	SW	W	
Strom	mA																	
Theorie	mA																	
Differenz	mA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Datum	**Winterzei**	**0°**	**30° geneigt**					**60° geneigt**					**90° senkrecht**					**Wetter**
			O	SO	S	SW	W	O	SO	S	SW	W	O	SO	S	SW	W	
Strom	mA																	
Theorie	mA																	
Differenz	mA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0